

שינויים בשאלון 035006 - מועד קיץ תשס"ה - בחינות

להלן רשימת השאלות שיוחלפו בספרי הבחינות והלימוד החדשים של גבי יקואל. הבחינות מתאימות למועד קיץ תשס"ה. השינויים בחלק מן השאלות וההחלפה של אחרות, בוצעו על-מנת להתאים את הבחינות (בתוכן ובמבנה הבחינה) לדרישות חוזר מפמ"ר המתמטיקה תשס"ה / 1. **במועד חורף תשס"ה יבחנו עדיין לפי מבנה הבחינה של קיץ תשס"ד.**

שים לב: הנושא סדרות הוצא מתוכנית הלימודים של שאלון 035006 במועד קיץ תשס"ה.

מספרי השאלות שבתוך הטבלה מתייחסים לספרים הישנים או לשאלות המצורפות, שמספרן (601) – (639). השאלות החדשות, הממוספרות (601) – (639), מופיעות אחרי הטבלה.

טבלה למציאת המיקום של השאלות בספרי הבחינות והלימוד המעודכנים					
טריגונומטריה וחדו"א (שתי שאלות מתוך שלוש)			אלגברה (שאלה אחת מתוך שתיים)		מבחן מספר
שאלה #5 מועד קיץ תשס"ה	שאלה #4 מועד קיץ תשס"ה	שאלה #3 מועד קיץ תשס"ה	שאלה #2 מועד קיץ תשס"ה	שאלה #1 מועד קיץ תשס"ה	
6	5	4	3	1	1
6	5	4	3	1	2
6	5	4	3	1	3
6	5	4	601	1	4
6	5	4	3	1	5
6	5	4	3	1	6
6	5	4	3	1	7
6	5	4	3	1	8
6	5	4	602	1	9
6	5	4	3	1	10
5	4	3	2	1	11
5	4	3	603	1	12
5	4	3	2	604	13
5	4	3	2	605	14
5	4	3	607	606	15
5	4	3	2	608	16
5	4	3	2	609	17
5	4	3	610	1	18
5	4	3	2	1	19
5	4	3	612	611	20
5	4	3	613	1	21
5	4	3	1	614	22
5	4	3	616	615	23
5	4	3	617	1	24
5	4	3	2	1	25
5	4	3	619	618	26
5	4	3	1	620	27
5	4	3	621	1	28
5	4	3	1	622	29
5	4	3	624	623	30
626	4	3	2	625	31
5	4	3	627	1	32
5	4	3	1	628	33
5	4	3	630	629	34
5	4	3	631	1	35
633	4	3	2	632	36
5	4	3	634	1	37
5	4	3	636	635	38
5	4	3	638	637	39
5	4	3	639	1	40

רשימת השאלות החדשות לשאלון 035006

$$(601) \quad \text{פתור את אי-השוויון: } \left| \frac{x-5}{x+1} \right| \leq 2$$

$$(602) \quad \text{פתור את אי-השוויון: } \frac{|x-3| - x}{x} < 1$$

$$(603) \quad \text{פתור את אי-השוויון: } |x+3| + |x-6| > 2$$

$$(604) \quad \text{פתור את אי-השוויון: } |x^2 - 4x| < x$$

(605) במיכל שבו נמצאת תמיסת כוהל בריכוז $p\%$ יש 40 ליטר כוהל נקי. מוסיפים למיכל 50 ליטר תמיסת כוהל בריכוז 80%, מערבבים היטב ומתקבלת תמיסת כוהל בריכוז $(p+12)\%$. חשב את p . כמה פתרונות לבעיה?

(606) במפעל לייצור כימיקלים יש חבית, ובה מצויים בתחילת היום 32 ליטרים של כוהל נקי ו- x ליטרים של מים מזוקקים. החבית נלקחת למעבדות המפעל, שם מוציאים מתוכה 24 ליטרים של מים מזוקקים ו-24 ליטרים של כוהל נקי. כתוצאה מפעולה זו ירד ריכוז הכוהל בחבית ב-15% בהשוואה לריכוז הכוהל שהיה בה בתחילת היום. מצא את x וחשב את ריכוז הכוהל שהיה בחבית בתחילת היום.

$$(607) \quad \text{פתור את אי-השוויון: } 1 < \left| \frac{2x+1}{x-2} \right| \leq 4$$

(608) סיטונאי קנה צלחות זהות במחיר כולל של 1,800 ש"ח. 6 צלחות נפגמו ולכן מכר אותן במחיר הקטן ב-20% ממחיר הקנייה שלהן. 4 צלחות מכר הסיטונאי במחיר הגבוה ב-50% ממחיר הקנייה שלהן. את שאר הצלחות מכר הסיטונאי, כל אחת מהן, במחיר הגבוה ב-10 ש"ח ממחיר הקנייה שלהן. מצא מה צריך להיות מחיר הקנייה של כל צלחת אם ידוע שהסיטונאי הרוויח בכל העסקה יותר מ-524 ש"ח.

$$(609) \quad \text{פתור את אי-השוויון: } \frac{3x-2}{|x-6|} \geq 1$$

(610) הוכח באינדוקציה, או בכל דרך אחרת, כי לכל n טבעי ואי-זוגי מתקיים:

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - (n-1)^2 + n^2 = \frac{1}{2}n \cdot (n+1)$$

(611) כתב יד נמסר להדפסה לשתי כתבניות. הכתבנית השנייה ניגשה לעבודה 2 שעות אחרי הראשונה. 6 שעות לאחר שהכתבנית הראשונה ניגשה לעבודה סיימו שתיהן יחד את ההדפסה של 60% מכתב היד. הן המשיכו בהדפסה וסיימו אותה יחד. לאחר סיום העבודה התברר שהכתבנית הראשונה ביצעה $\frac{3}{10}$ מן העבודה. קצב העבודה של הכתבניות לא השתנה במשך העבודה. בכמה שעות היתה כל אחת מהכתבניות יכולה לבצע לבדה את העבודה?

$$(612) \quad \text{פתור את אי-השוויון: } |2x-1| - |x+1| \leq 1$$

(613) הוכח באינדוקציה, או בכל דרך אחרת, שהביטוי: $2^{2n} + 15n - 1$ מתחלק ב-9 ללא שארית, לכל n טבעי.

(614) לתוך כלי מים מכניסים x ליטרים של מים מזוקקים ו-48 ליטרים של כוהל טהור ומערבבים. מתברר כי אם יוסיפו לתערובת שהתקבלה עוד 20 ליטרים של כוהל טהור, יעלה ריכוז הכוהל שבתערובת ביותר מ-8%. אילו ערכים יכול לקבל x על-מנת לקיים את תנאי הבעיה?

(615) מוצר שמחירו ההתחלתי היה 2,000 ש"ח הוזל פעמיים. הורדת המחיר הראשונה היתה של $x\%$ ממחירו ההתחלתי. הורדת המחיר השנייה היתה של $5x\%$ ממחירו אחרי ההוזלה הראשונה. המחיר הסופי של המוצר היה גבוה מ-1,536 ש"ח. מצא את תחום ערכי x המקיימים את תנאי הבעיה.

$$(616) \quad \text{פתור את אי-השוויון: } \frac{|x-2| - 4}{|x+1| - 2} < 0$$

(617) קבע איזה מהשוויונים (א) – (ג) נכון לכל n טבעי,

והוכח אותו באמצעות אינדוקציה.

$$3n + (3n + 1) + (3n + 2) + \dots + 4n = \frac{7}{3} \cdot (n^2 + 3n - 1) \quad (\text{א})$$

$$3n + (3n + 1) + (3n + 2) + \dots + 4n = n^2 + 11n - 5 \quad (\text{ב})$$

$$3n + (3n + 1) + (3n + 2) + \dots + 4n = \frac{7}{2} \cdot n \cdot (n + 1) \quad (\text{ג})$$

(618) שני פועלים קיבלו על עצמם לבצע עבודה מסוימת. ביום הראשון התחיל הפועל הראשון לעבוד לבדו. הפועל הראשון עבד במשך 3 שעות ואז הצטרף אליו הפועל השני, וכעבור 6 שעות נוספות של עבודה משותפת של שני הפועלים, התברר שהם סיימו 55% מהעבודה. ביום השני עבדו הפועלים יחדיו עד שסיימו את כל העבודה. לאחר סיום העבודה, התברר שכל אחד מהפועלים ביצע בדיוק מחצית מהעבודה. בכמה שעות היו שני הפועלים מסיימים את כל העבודה אילו עבדו כל הזמן ביחד?

(619) פתור את אי-השוויון: $|x^2 - 3x - 4| - 4 < 4x$

(620) פתור את אי-השוויון: $|x^2 - 4x + 3| > 4x - x^2 - 3$

(621) פתור את אי-השוויון: $\left| \frac{2x-3}{x-2} \right| > 2$

(622) בכלי נמצאים 25 ליטרים של כוהל נקי. לוקחים מהכלי כמות של x ליטרים של כוהל ($x < 25$) ומכניסים במקומו אותה כמות של מים מזוקקים. מערבבים ולאחר מכן לוקחים כמות של x ליטרים של תמיסה ומוסיפים במקומו x ליטרים של מים מזוקקים. אחרי שתי הפעולות הללו, התברר כי בתמיסה יש לכל היותר 4 ליטר כוהל. איזה ערכים יכול לקבל x כדי לקיים את תנאי הבעיה?

(623) פתור את אי-השוויון: $1 \leq \left| \frac{3x+2}{x-1} \right| < 2$

(624) הוכח באינדוקציה, או בכל דרך אחרת, כי לכל n טבעי מתקיים:

$$3 + 27 + 135 + \dots + (2n - 1) \cdot 3^n = (n - 1) \cdot 3^{n+1} + 3$$

(625) שני צינורות ממלאים מיכל, אם הם פתוחים ביחד, במשך 6 שעות. יום אחד, כשהמיכל היה ריק, פתחו את הצינור הראשון לבדו במשך הזמן שלוקח לצינור השני למלא מחצית מיכל. סגרו את הצינור הראשון ופתחו את הצינור השני לבדו במשך הזמן שלוקח לצינור הראשון למלא שליש מיכל. כתוצאה מכך התמלאו בסך-הכל $\frac{5}{6}$ מיכל. מצא בכמה שעות יכול כל אחד מהצינורות למלא מיכל ריק לבדו.

(626) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$, הבסיס התחתון ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$), שאורך הבסיס שלו הוא a וזווית הראש שלו היא α . המישור $AB'C'$ יוצר זווית β עם מישור הבסיס העליון $A'B'C'$.

(א) הבע את נפח המנסרה באמצעות a , α ו- β .

(ב) הבע את נפח הפירמידה, שקדקודה ב- A , ובסיסה הוא המרובע $BCC'B'$, באמצעות a , α ו- β .

(627) (א) פתור את אי-השוויון: $|x^2 - 3x| \leq 10$

(ב) פתור את אי-השוויון: $\left| \frac{2x-8}{x+2} \right| < 1$

(ג) פתור את מערכת אי-השוויונים: $|x^2 - 3x| \leq 10$ או $\left| \frac{2x-8}{x+2} \right| < 1$

(ד) פתור את מערכת אי-השוויונים: $|x^2 - 3x| \leq 10$ וגם $\left| \frac{2x-8}{x+2} \right| < 1$

(628) פתור את אי-השוויון: $|x^2 - 4x| + x^2 \geq 6$

(629) סוחר קנה שקיות ארוז ושילם עבורן 1,500 ש"ח (מחיר השקיות זהה). הסוחר ארוז את הארוז בשקיות קטנות יותר, כך שמספר השקיות שברשותו היה גדול ב-500 ממספר השקיות שקנה. הוא מכר כל אחת מהשקיות הקטנות במחיר הגבוה ביותר מ-15 אגורות מהמחיר ששילם עבור כל שקית שקנה. בסך-הכל, הרוויח הסוחר בעסקה 750 ש"ח. כמה שקיות קנה הסוחר ?

(630) (א) הוכח באמצעות אינדוקציה, כי לכל n טבעי מתקיים:

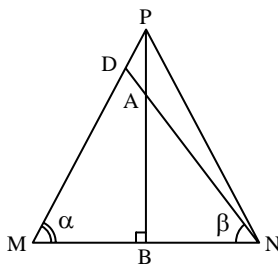
$$\frac{6}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{6}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{6}{5 \cdot 7 \cdot 9} + \dots + \frac{6}{(2n-1) \cdot (2n+1) \cdot (2n+3)} = \frac{2n \cdot (n+2)}{(2n+1) \cdot (2n+3)}$$

(ב) היעזר בסעיף (א) וחשב את הסכום:

$$\frac{1}{5 \cdot 7 \cdot 9} + \frac{1}{7 \cdot 9 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{13 \cdot 15 \cdot 17} = ?$$

(631) פתור את אי-השוויון: $|x^2 - 5x - 6| \leq -x^2 + 5x + 6$

(632) פתור את אי-השוויון: $|x^2 + 5x + 6| - 6 > 8x$



(633) במשולש שווה-שוקיים $\triangle PMN$ ($PM = PN$) היא נקודה על הגובה PB , כך ש- $PA = \frac{1}{5} \cdot PB$. הישר NA חותך את השוק PM בנקודה D (ראה ציור).

נתון: $DNB = \beta$, $DMN = \alpha$ ו- $BN = a$.

(א) חשב את היחס: $\text{tg } \beta : \text{tg } \alpha$.

(ב) חשב את היחס: $PM : DM$.

(634) הוכח באינדוקציה, או בכל דרך אחרת, כי לכל n טבעי מתקיים:

$$3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2} + \dots + 3^{2n-1} = \frac{1}{2} \cdot (3^{2n} - 3^n)$$

(635) פתור את אי-השוויון: $|3x - 2x^2| > 2x^2 - 3x$

(636) הוכח באינדוקציה, או בכל דרך אחרת, כי לכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{7}{2} + \frac{15}{4} + \frac{31}{8} + \dots + \frac{2^{n+2} - 1}{2^n} = \frac{2^n \cdot (4n - 1) + 1}{2^n}$$

(637) על שתי קבוצות פועלים הוטל לסלול כביש בין הערים A ו- B . במשך 36 הימים הראשונים עבדו הקבוצות בנפרד. תחילה עבדה הקבוצה הראשונה בלבד וסללה $\frac{1}{4}$ מהכביש. לאחר מכן הפסיקה הקבוצה הראשונה את עבודתה, והקבוצה השנייה עבדה לבדה. קבוצה זו סללה, עד לגמר היום ה-36, $\frac{1}{3}$ מהכביש. ביום ה-37, החלו שתי קבוצות הפועלים לעבוד במשותף, וסיימו את סלילת הכביש תוך 12 ימים. הספק הקבוצות לא השתנה במשך כל ימי עבודתן. בכמה ימים היתה יכולה כל קבוצה לסלול את הכביש לבדה? כמה פתרונות לבעייה?

(638) הוכח באינדוקציה, או בדרך אחרת, כי לכל n טבעי מתקיים:

$$1 \cdot 3 - 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 - 7 \cdot 9 + \dots + (-1)^{n+1} \cdot (2n-1) \cdot (2n+1) = \frac{1}{2} \cdot [(-1)^{n+1} \cdot (4n^2 + 4n - 1) - 1]$$

(639) פתור את אי-השוויון: $|x^2 - 8x + 15| \leq 5 - x$

התשובות לשאלות

- (601) $x > 1$ או $x \leq -7$
- (602) $x < 0$ או $x > 1$
- (603) אי-השוויון מתקיים לכל x .
- (604) $3 < x < 5$
- (605) $p = 20$ או $p = 48$
- (606) $x = 48$ וריכוז הכוהל בתחילת היום היה 40% או: $x = 96$ וריכוז הכוהל בתחילת היום היה 25%.
- (607) $x \geq 4\frac{1}{2}$ או $\frac{1}{3} < x \leq \frac{7}{6}$ או $x < -3$
- (608) $0 < x < 30$
- (609) $x \geq 2$, $x \neq 6$
- (610) הראשונה ב-30 שעות, השנייה ב-10 שעות.
- (611) $x \neq 6$, $x \geq 2$
- (612) $-\frac{1}{3} \leq x \leq 3$
- (613) $32 < x < 102$
- (614) $0 < x < 4$
- (615) $-3 < x < -2$ או $1 < x < 6$
- (616) $0 < x < 4$
- (617) שוויון (ג).
- (618) שני הפועלים היו מסיימים את העבודה ב- $13\frac{1}{3}$ שעות לו עבדו יחדיו כל הזמן. **הערה:** הפועל הראשון היה מסיים את העבודה ב-30 שעות לו עבד לבדו. הפועל השני היה מסיים את העבודה ב-24 שעות לו עבד לבדו.
- (619) $0 < x < 8$
- (620) $x < 1$ או $x > 3$
- (621) $x \neq 2$, $x > 1.75$
- (622) $15 \leq x < 25$
- (623) $-0.25 \leq x < 0$ או $-4 < x \leq -1.5$
- (624) הראשון ב-15 שעות והשני ב-10 שעות, או: הראשון ב-12 שעות והשני ב-12 שעות גם כן.
- (625) $V = \frac{a^3 \cdot \operatorname{tg} \beta}{12 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$ (ב)
- (626) $V = \frac{a^3 \cdot \operatorname{tg} \beta}{8 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$ (א)
- (627) $-2 \leq x \leq 5$ (א)
- (627) $2 < x < 10$ (ב)
- (627) $-2 \leq x < 10$ (ג)
- (628) $x \leq -1$ או $x \geq 1.5$
- (629) הסוחר קנה x שקיות: $2,000 < x < 2,500$.
- (630) $\frac{1}{6} \cdot (S_7 - S_2) = \frac{11}{1785}$ (ב)
- (631) $-1 \leq x \leq 6$
- (632) $x > 3$ או $x < 0$
- (633) $\operatorname{tg} \beta : \operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{5} = 0.8$ (א)
- (633) $\operatorname{PM} : \operatorname{DM} = \frac{9}{8} = 1.125$ (ב)
- (635) $0 < x < 1.5$
- (637) הראשונה ב-48 ימים והשנייה ב-72 ימים, או: הראשונה ב-86.4 ימים והשנייה ב-43.2 ימים.
- (639) $x = 5$ או $2 \leq x \leq 4$